國立中正大學 106 學年度大學個人申請入學招生考試試題

系所：數學系　　　科目： 基本數學

填充題：每題 5 分，只需填寫正確答案，不需附加計算過程。

1. 多項式 $2x^3 + ax^2 + 4x - 5$ 除以 $x^2 - 2x + b$ 所得的商式是 $2x + 1$ 餘式是$12x - 2$，常數 (a,b) 的值為 ____________。

2. 函數 $f(x) = -x^2 + 2x + 4$ 在 $-1 \leq x \leq 3$ 的最大值是_________，最小值是_________。

3. 空間中，點 $P(1,-1,5)$ 到平面 $E: x + 2y + 2z = 0$ 的垂線之垂足坐標為___________。

4. 解方程組

$$\begin{aligned} x + y + z &= 10 \\ 2x + 3y + z &= 13 \\ 3x + 4y + 5z &= 15 \end{aligned}$$

得出 $(x, y, z) =$ _____________ 。

5. 空間中，通過 $A(4,\ 2,-3)$，$B(1,\ 3,\ 2)$，$C(0,\ 1,\ 6)$ 三點的平面方程式為__________。

6. 坐標平面上，通過點 $P(3,4)$ 且與圓 $C: x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0$ 相切的直線方程式為_____________。

7. 設 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$，則 $(1 + \tan\alpha)(1+\tan\ \beta) =$____________。

8. ΔABC 的邊長比 $a : b : c = 2 : 3 : 4$，則 $\cos B =$ ___________。

9. 以 C_n^m 表示二項係數 $\frac{m!}{n!(m-n)!}$ ，則 $C_0^n + 2C_1^n + 4C_2^n + \cdots + 2^n C_n^n =$ __________。

10. 設 m 是實數，對任意實數 x，不等式 $mx^2+(m-1)x+(m-1)>0$ 恆成立，則 m 的範圍是 ________。

11. 擲一公正骰子兩次，點數和的期望值是________。

12. 設 $P(x,y)$ 是橢圓 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 上的點，點 P 到直線 $L: 3x+2y=20$ 的最短距離是________。

13. 空間中，球面 $S: x^2+y^2+z^2-4x+6z-36=0$ 與平面 $E: 3x+6y+2z+14=0$ 相交，相交所得出圓的半徑 = ________。

14. 三次函數 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 在 $x=1$ 有極大值 3，又在 $x=3$ 有極小值，這極小值為________。

15. 解方式

$$(log_2 x)^2+log_2 4x=4$$

得出$x=$ ________。

16. 已知 $sin\alpha+sin\beta=\frac{1}{2}$，$\cos\alpha+cos\beta=\frac{1}{2}$，則 $\cos(\alpha-\beta)=$ ________。

17. 點 P 是直線 L： $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+1}{4}$ 的點且 P 到點 $A(2,3,1)$ 的距離是 3，則點 P 的坐標為 ________。(兩解)

18. 空間中 ΔABC 的三頂點坐標為 $A(2,3,-5)$，$B(4,4,-7)$ 與 $C(3,5,-3)$，ΔABC面積為 ________。

19. 坐標平面上，點 $P(x,y)$ 在

$$2x-y\geq 0，2x-5y-8\leq 0，2x+y-8\leq 0$$

的三角形區域範圍內移動，則 $x+y$ 的最大值為________。

20. 在 $0\leq\theta<2\pi$ 的範圍內 $y=3sin^2\theta+4sin\theta cos\theta+7cos^2\theta$ 的最大值 = ________。