

國立中正大學 112 學年度大學申請入學招生考試試題

系所：數學系

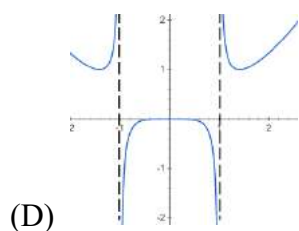
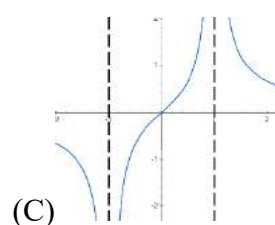
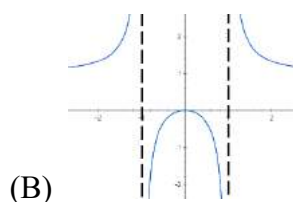
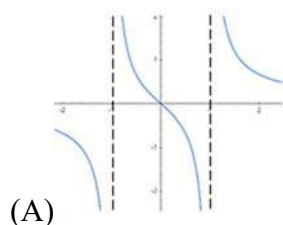
科目：基本數學

請一律於答案卷上作答

基礎題

一、單選題。每題四分，共 8 分。

1. ____ 下列何圖是 $y = f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$ 在 $(x,y)=(0,0)$ 附近的圖形？



(E) 以上皆非。

2. ____ 試求 $\frac{2}{\sin 50^\circ} + \frac{2\sqrt{3}}{\cos 50^\circ}$ 之值。

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 以上皆非。

二、填充題。每題四分，共 16 分。

3. 求一元二次方程式 $x^2 + (1+i)x + 13i = 0$ 的 所有 解 x ，其中 $i = \sqrt{-1}$ 。
若解不存在，請寫下不存在。

4. 以 C_n^m 表示二項係數 $\frac{m!}{n!(m-n)!}$ ，求 $\sum_{k=0}^n (C_k^n)^2$ 之值。

5. 若 A, B 非互斥事件，且 $P(A) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.8$ ，求 $P(B)$ 之範圍。

6. 求 所有 可能的實數 A, B 使得極限 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + Ax + A + 3}{x^2 + x - 2} = B$ 成立。

若不存在此實數 A, B ，請寫下不存在。

中階題

三、單選題。每題七分，共 7 分。

7. _____ 試求橢圓 $4x^2 + 9y^2 = 36$ 到直線 $x + 2y + 15 = 0$ 的最短距離。

- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $\frac{9}{2}$ (C) $4\sqrt{5}$ (D) 0
(E) 以上皆非。

四、多選題。每題十分，共 20 分。

8. 考慮函數 $f(x) = \begin{cases} 1+x, & x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1 \\ 3-x, & x > 1 \end{cases}$, 則下列選項何者正確。

(A) $\lim_{x \rightarrow 1} f(g(x))$ 不存在。

(B) $\lim_{x \rightarrow 2} f(g(x))$ 存在。

(C) $\lim_{x \rightarrow 0} g(f(x))$ 不存在。

(D) $\lim_{x \rightarrow 1} g(f(x))$ 存在。

(E) 以上皆非。

9. 有關方程組 $\begin{cases} x - y - z = 3 \\ x + y + 3z = 1 \\ 5x + y + az = b \end{cases}$ 的解，下列選項何者正確。

(A) 若方程組有解，則 $a \neq 7$ 。

(B) 若 $a = 6$ ，則方程組恰有一解。

(C) 若方程組無解，則 $b \neq 9$ 。

(D) 若 $b \neq 9$ ，則方程組無解。

(E) 若方程組有無限多組解，則行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & a \end{vmatrix} = 0$ 。

五、填充題。每題七分，共 35 分。

10. 某質點在數線上移動，其位置函數為 $s(t) = \int_0^t (-x^2 + 6x) dx$, $0 \leq t \leq 10$,

其中 t 表時間。若此質點的速度在時段 $0 \leq t < a$ 遞增，且在時段 $a < t \leq 10$ 遞減，求 a 之值。

11. 設 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ ，求 $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta)$ 之值。
12. 某數學家利用電腦驗證出 $2^{6972593} - 1$ 是一個質數，假設一張 A4 紙可以列印 3000 的數字，若想要列印出此質數至少需要多少張 A4 紙？
(利用 $\log 2 = 0.3010$)。
13. 設三次函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 處有極小值 $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ，且曲線 $y = f(x)$ 與 x 軸所圍成的封閉區域為 R 。求區域 R 在 xyz 空間中繞 x 軸旋轉所得的旋轉體體積。
14. 在 $t = 0$ 時空間中一質點位於座標 $A(9,10,19)$ 以速度 $\vec{v}_A = \langle -1, -1, -2 \rangle$ 運動，另一質點位於座標 $A(-17,2,67)$ 以速度 $\vec{v}_B = \langle 2,0,-7 \rangle$ 運動。求兩質點碰撞的時間。
若碰撞時間不存在，請寫下不存在。

進階題

六、填充題。每題七分，共 7 分。

15. $\triangle ABC$ 中為銳角三角形， H 為垂心。射線 $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BH}, \overrightarrow{CH}$ 分別交 $\triangle ABC$ 的外接圓於點 A', B', C' 。求 $\frac{AH}{AA'} + \frac{BH}{BB'} + \frac{CH}{CC'}$ 的最小值。

證明題

七、證明題。每題七分，共 7 分。

16. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} \lambda & -\mu \\ \mu & \lambda \end{bmatrix}$ 且複數 $z = \lambda + i\mu$ 。請證明 $A^n = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(z^n) & -\operatorname{Im}(z^n) \\ \operatorname{Im}(z^n) & \operatorname{Re}(z^n) \end{bmatrix}$ 對所有正整數 n 成立，其中 $\operatorname{Re}(z^n)$, $\operatorname{Im}(z^n)$ 分別表示複數 z^n 的實部和虛部。
若此命題不成立，請證明此命題不成立。
提示：可嘗試用數學歸納法。

具有數學熱忱且勇於挑戰的你，中正數學歡迎你的加入。

國立中正大學 112 學年度大學申請入學招生考試答案卷

系所：數學系

科目：基本數學

姓名：_____ 學測應試號碼：_____

單選/填充/選擇題。第 1~6 題每題 4 分，第 7~12、15、16 題每題 7 分。第 13、14 題每題 10 分。

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.

16. 證明題。7 分。

--

若證明題不夠位置書寫，可以書寫於背面。

具有數學熱忱且勇於挑戰的你，中正數學歡迎你的加入。

國立中正大學 112 學年度大學申請入學招生考試答案卷

系所：數學系

科目：基本數學

姓名：_____

學測應試號

碼：_____

單選/填充/選擇題。第 1~6 題每題 4 分，第 7~12、15、16 題每題 7 分。第 13、14 題每題 10 分。

1. 4 分	2. 4 分	3. 4 分	4. 4 分	5. 4 分
(E)	(B)	$x = 2 - 3i$ 或 $x = -3 + 2i$	C_n^{2n}	$0.3 < P(B)$ ≤ 0.8
6. 4 分	7. 7 分	8. 3,3,10 分	9. 3,3,10 分	10. 7 分
$A = 15$ $B = -1$	(A)	(A) (C) (D)	(B) (C) (E)	$a = 3$
11. 7 分	12. 7 分	13. 7 分	14. 7 分	15. 7 分
2	700	$\frac{16\pi}{105}$	不存在	$\frac{3}{2}$

16. 證明題。7 分。

若證明題不夠位置書寫，可以書寫於背面。

具有數學熱忱且勇於挑戰的你，中正數學歡迎你的加入。